



**SVARBIAUSIŲJŲ ERDVINIŲ ŽEMĖS PLUTOS ĮTEMPIŲ POKYČIŲ  
NUSTATYMAS PAGAL GPS MATAVIMŲ REZULTATUS**

**Arminas Stanionis**

*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva  
El. paštas: Arminas.Stanionis@ap.vgtu.lt*

*Įteikta 2007-11-07, priimta 2008-03-12*

**Santrauka.** Svarbiausiųjų erdvinį Žemės plutos įtempių pokyčiai pagal GPS matavimų Ignalinos atominės elektrinės rajone rezultatus nustatyti tenzorinės analizės būdu. Taikant atvirkštinį Huko dėsnį apskaičiuoti nauji dabartinių Žemės plutos judesių charakteristikos duomenys – svarbiausiųjų erdvinį įtempių pokyčiai. Jie siekia nuo –0,082 MPa iki 0,112 MPa. Nustatyta, kad svarbiausiųjų įtempių pokyčių savybių kaita yra dėsninga, t. y. susijusi su kristalinio pamato tektoninių lūžių išsidėstymu.

**Reikšminiai žodžiai:** atvirkštinis Huko dėsnis, svarbiausiųjų erdvinį įtempių pokyčiai, GPS.

**1. Įvadas**

Žemės plutos erdvinį tektoninių įtempių pokyčiams tirti galima naudotis globalinės padėties nustatymo sistemų (GPS) kartotinių matavimų rezultatų duomenimis. Pagal juos įvertinamos erdvinės deformacijos, įtempių pokyčiai bei apibūdinamos Žemės plutos judesių geodinaminės ir tektoninės savybės (Ching *et al.* 2007; Motagh *et al.* 2007; Nicol, Wallace 2007; Šliaupa *et al.* 2006; Zakarevičius 2003). Tokių tyrimų rezultatai skelbti ir kituose moksliniuose darbuose, tačiau Žemės plutos svarbiausiųjų erdvinį įtempių pokyčių įvertinimas nėra pakankamai išnagrinėtas baigtinių elementų metodu. Įvertinant teritorijos geodinaminės rizikos potencialą reikia ne tik nustatyti normalinių bei tangentių tektoninių įtempių pokyčių pasiskirstymą (Zakarevičius, Stanionis 2007), bet ir įvertinti svarbiausiųjų erdvinį įtempių pokyčius bei jų raidos dėsningumus. Šie tyrimo rezultatai leistų plačiau interpretuoti judesių savybes, būtų galima daug patikimiau prognozuoti dabartinius geodinaminis procesus bei objektyviau vertinti geodinaminio monitoringo tyrimų rezultatus.

Darbo tikslas – sudaryti svarbiausiųjų erdvinį Žemės plutos įtempių pokyčių įvertinimo algoritmą bei apskaičiuoti svarbiausiųjų Žemės plutos erdvinį įtempių pokyčius Ignalinos atominės elektrinės rajone.

**2. Svarbiausiųjų erdvinį Žemės plutos įtempių pokyčių skaičiavimo metodika**

Įvertinant Žemės plutos erdvinės deformacijas taikyta mažųjų deformacijų prielaida. Laikytasi prielaidos, kad erdvinės deformacijos pagal pobūdį yra vienalytės

bei izotropinės. Sudaryta skaičiavimo metodika pateikta A. Zakarevičiaus, A. Stanionio (2006) publikacijoje.

Pagal apskaičiuotas erdvinės deformacijas galima nustatyti erdvinį normalinių bei tangentių tektoninių įtempių pokyčius. Erdviniams tektoninių įtempių pokyčiams modeliuoti taikytas atvirkštinis Huko dėsnis. Fizinės priklausomybės matricine forma rašomos (Zakarevičius, Stanionis 2007):

$$\sigma = K \cdot \epsilon, \tag{1}$$

$$\sigma = \left[ \sigma_{XX} \quad \sigma_{YY} \quad \sigma_{ZZ} \quad \sigma_{XY} \quad \sigma_{XZ} \quad \sigma_{YZ} \right]^T, \tag{2}$$

$$K = \begin{bmatrix} (2G + \mu) & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & (2G + \mu) & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & (2G + \mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$$\epsilon = \left[ \epsilon_{XX} \quad \epsilon_{YY} \quad \epsilon_{ZZ} \quad \epsilon_{XY} \quad \epsilon_{XZ} \quad \epsilon_{YZ} \right]^T, \tag{4}$$

$$\mu = \frac{E \cdot \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} = \frac{2\nu \cdot G}{1 - 2\nu}, \tag{5}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \tag{6}$$

$\sigma$  – erdviųjų tektoninių įtempių pokyčių vektorius,  $\sigma_{XX}$ ,  $\sigma_{YY}$ ,  $\sigma_{ZZ}$  – normalinių tektoninių įtempių pokyčiai,  $\sigma_{XY}$ ,  $\sigma_{XZ}$ ,  $\sigma_{YZ}$  – tangentinių tektoninių įtempių pokyčiai,  $K$  – standumo matrica,  $\epsilon$  – erdviųjų Žemės plutos deformacijų vektorius,  $\epsilon_{XX}$ ,  $\epsilon_{YY}$ ,  $\epsilon_{ZZ}$  – santykinės linijinės deformacijos,  $\epsilon_{XY}$ ,  $\epsilon_{XZ}$ ,  $\epsilon_{YZ}$  – santykinės šlyties deformacijos,

$E$  – tamprumo modulis  $\left(7 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$ ,  $\nu$  – Puasono

koeficientas (0,25),  $\mu$  – Lamé koeficientas,  $G$  – šlyties modulis.

Pagal (1) formulę normalinių tektoninių įtempių pokyčių  $\sigma_{XX}$ ,  $\sigma_{YY}$ ,  $\sigma_{ZZ}$  išraiškos gali būti rašomos (Atkočiūnas, Nagevičius 2004):

$$\sigma_{XX} = 2G\epsilon_{XX} + \mu\vartheta, \quad (7)$$

$$\sigma_{YY} = 2G\epsilon_{YY} + \mu\vartheta, \quad (8)$$

$$\sigma_{ZZ} = 2G\epsilon_{ZZ} + \mu\vartheta, \quad (9)$$

čia

$$\vartheta = \epsilon_{XX} + \epsilon_{YY} + \epsilon_{ZZ}, \quad (10)$$

$\vartheta$  – pirmasis deformacijų tenzorius  $\tilde{\epsilon}$  invariantas  $J_1$ .

Tektoninių erdviųjų įtempių būvis nusakomas simetriniu antrojo rango įtempių tenzoriumi (pagal tangentinių įtempių dualumo dėsnį  $\sigma_{XY} = \sigma_{YX}$ ,  $\sigma_{XZ} = \sigma_{ZX}$ ,  $\sigma_{YZ} = \sigma_{ZY}$  (Čyras 1989)):

$$\tilde{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_{YY} & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_{ZZ} \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai apskaičiuojami iš kubinės lygties (Atkočiūnas, Nagevičius 2004):

$$\sigma^3 - I_1 \cdot \sigma^2 + I_2 \cdot \sigma - I_3 = 0, \quad (12)$$

čia

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_{XX} + \sigma_{YY} + \sigma_{ZZ}, \\ I_2 = \sigma_{XX}\sigma_{YY} + \sigma_{YY}\sigma_{ZZ} + \sigma_{XX}\sigma_{ZZ} - \sigma_{XY}^2 - \sigma_{XZ}^2 - \sigma_{YZ}^2, \\ I_3 = \sigma_{XX}\sigma_{YY}\sigma_{ZZ} + 2\sigma_{XY}\sigma_{XZ}\sigma_{YZ} - \sigma_{XX}\sigma_{YZ}^2 - \sigma_{YY}\sigma_{XZ}^2 - \sigma_{ZZ}\sigma_{XY}^2, \end{cases} \quad (13)$$

$\sigma$  – svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  – įtempių tenzorius invariantai.

Įtempių tenzorius invariantus  $I_2$ ,  $I_3$  (13) galima rašyti:

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XY} \\ \sigma_{XY} & \sigma_{YY} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{ZZ} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{YY} & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{YZ} & \sigma_{ZZ} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{XX} & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{XY} & \sigma_{YY} & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{XZ} & \sigma_{YZ} & \sigma_{ZZ} \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Išsprendus kubinę lygtį (12) gaunamos trys tikrosios šaknys –  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ).

Apskaičiuojant svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčius gali būti įvertinta santykinė potencinė deformavimo energija (Писаренко *et al.* 1988):

$$U = \frac{1}{2E} \cdot \left[ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right]. \quad (16)$$

Formulę (16) galima rašyti:

$$U = U_v + U_f, \quad (17)$$

čia

$$U_v = \frac{1-2\nu}{6E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2, \quad (18)$$

$$U_f = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \left[ \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \right], \quad (19)$$

$U_v$  – energija, sunaudojama vien tik tūriui pakeisti,  $U_f$  – formos pakeitimo potencinė energija.

### 3. Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčių skaičiavimo rezultatai

Erdvinėms Žemės plutos judesių charakteristikoms tirti Ignalinos atominės elektrinės rajone 1998 m. įrengtas specialus GPS tinklas. Tinklą sudaro 10 gruntinių punktų. Gruntinių punktų koordinatų pokyčiai, gauti atlikus kartotinius GPS matavimus 1998 m. rugsėjį ir 1999 m. rugsėjį, pateikti 1 lentelėje.

Punktų išdėstymo ir baigtinių elementų schema parodyta paveiksle.

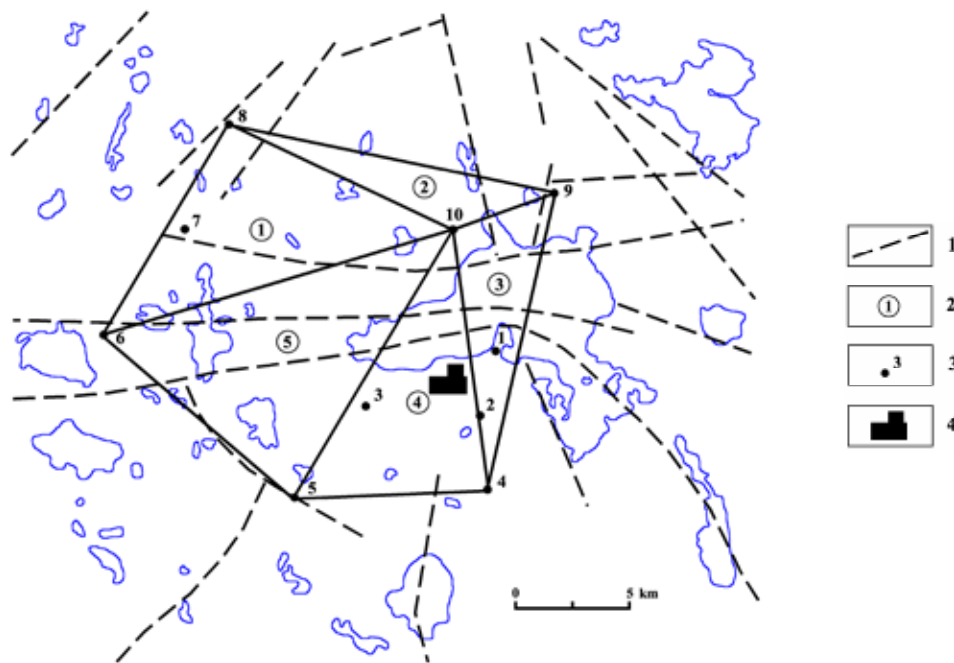
Erdvinio geodezinio tinklo sudarymo darbai, matavimų programa bei naudoti prietaisai yra aprašyti (Aksamitauskas *et al.* 2006; Zakarevičius, Stanionis 2003).

Žemės plutos erdviųjų deformacijų parametrai, normalinių bei tangentinių tektoninių įtempių pokyčiai tenzorinės analizės būdu baigtinių elementų metodu įvertinti A. Zakarevičiaus ir A. Stanionio (2006; 2007) darbuose.

Pagal (12–15) formules, taikant A. Zakarevičiaus ir A. Stanionio (2006; 2007) darbuose apskaičiuotus erdviųjų deformacijų parametrus ir tangentinių bei normalinių įtempių pokyčius, įvertinta penkių baigtinių elementų svarbiausiųjų tektoninių įtempių pokyčių raida,

**1 lentelė.** GPS tinklo, įrengto Ignalinos atominės elektrinės rajone, punktų koordinatų pokyčiai  
**Table 1.** Changes of point coordinates

Punkto numeris	$\Delta X$ (mm)	$\Delta Y$ (mm)	$\Delta Z$ (mm)	Punkto numeris	$\Delta X$ (mm)	$\Delta Y$ (mm)	$\Delta Z$ (mm)
1	8	1	1	6	8	2	-3
2	0	1	2	7	11	-2	1
3	1	0	0	8	14	-3	-3
4	1	2	-2	9	7	-1	1
5	3	0	0	10	8	0	0



Baiginių elementų tinklo Ignalinos atominės elektrinės rajono teritorijoje schema:  
 1 – tektoniniai lūžiai (sudarė P. Suveizdis), 2 – trikampio numeris, 3 – GPS punktas,  
 4 – Ignalinos atominė elektrinė

The location scheme of the network of the finite elements at the Ignalina Nuclear Power Plant:  
 1 – tectonic breaks (according to P. Suveizdis), 2 – number of triangles, 3 – GPS benchmarks,  
 4 – Ignalina Nuclear Power Plant

nustatytos įtempių tenzorius invariantų reikšmės. Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai priskiriami baigtinio elemento svorio centrui.

Erdvinės Žemės plutos judesių charakteristikos pagal GPS matavimų duomenis įvertintos *Mathcad* programa. Apskaičiuoti erdvinio GPS tinklo įtempių būvio invariantai, svarbiausiųjų tektoninių įtempių pokyčiai pateikti 2 lentelėje.

Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčių  $\sigma_1$  raidos ribos – nuo  $-0,019$  MPa (5 trikampis) iki  $0,112$  MPa (2 trikampis),  $\sigma_2$  kinta nuo  $-0,052$  MPa (1 trikampis) iki  $0,063$  MPa (2 trikampis) bei  $\sigma_3$  kinta nuo  $-0,082$  MPa (1 trikampis) iki  $0,014$  MPa (2 trikampis).

Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai  $\sigma_1, \sigma_2 - 2$  ir 3 trikampio teigiami, 1, 4 ir 5 – neigiami,  $\sigma_3$  yra neigiamojo ženklo (išskyrus 2 trikampį).

Remiantis tyrimo rezultatais (2 lentelė), Ignalinos atominės elektrinės rajone nustatytas Žemės plutos judesių savybių kitimas. Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčių savybių kaita koreliuoja su kristalinio pamato tektoninių lūžių pasiskirstymo dėsniniais (žr. pav.). Pietvakarinėje dalyje svarbiausiųjų erdviųjų įtempių po-

kyčiai yra neigiamieji, o šiaurės rytinėje dalyje vyrauja teigiamos ženklų reikšmės.

Žemės plutos svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčių Ignalinos atominės elektrinės rajone raida siejasi su vertikaliųjų, horizontaliųjų, erdviųjų deformacijų ir plokštuminių įtempių tyrimų rezultatais (Aksamitauskas et al. 2006; Stanionis 2005; Zakarevičius 2003; Zakarevičius, Stanionis 2006; Zakarevičius et al. 2007).

#### 4. Išvados

1. Sudarytas svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčių skaičiavimo algoritmas. Sąsajoms tarp erdviųjų Žemės plutos deformacijų ir tektoninių įtempių pokyčių aprašyti taikytas atvirkštinis Huko dėsnis.
2. Taikant svarbiausiųjų erdviųjų įtempių įvertinimo metodiką gauti nauji erdviųjų Žemės plutos judesių Ignalinos atominės elektrinės rajone duomenys – svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai. Metiniai svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai siekia nuo  $-0,082$  MPa iki  $0,112$  MPa.
3. Svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai pasiskirsto pagal kristalinio pamato tektoninių lūžių

2 lentelė. Įtempių tenzorius invariantai ir svarbiausiųjų įtempių pokyčiai  
 Table 2. Invariants of stresses tensor and changes of principal stresses

Trikampio nr.	$I_1$ , MPa	$I_2$ , MPa <sup>2</sup>	$I_3$ , MPa <sup>2</sup>	$\sigma_1$ , MPa	$\sigma_2$ , MPa	$\sigma_3$ , MPa
1	-0,136 500	0,004 573	-0,000 010	-0,002 27	-0,051 75	-0,082 48
2	0,188 400	0,009 396	0,000 095	0,112 27	0,062 55	0,013 58
3	0,075 900	0,000 828	-0,000 007	0,060 13	0,021 37	-0,005 61
4	-0,100 200	0,002 188	-0,000 002	-0,000 95	-0,030 41	-0,068 84
5	-0,116 500	0,004 074	-0,000 042	-0,018 67	-0,036 87	-0,060 95

struktūros ypatumus, t. y. pietvakarinėje dalyje svarbiausiųjų erdviųjų įtempių pokyčiai yra neigiamieji, o šiaurės rytinėje dalyje vyrauja teigiamos ženklų reikšmės.

## Literatūra

- Aksamitauskas, Č.; Zakarevičius, A.; Stanionis, A. 2006. Modelling of strains and stresses of the Earth-crust in the zones of ecologically dangerous objects, in *IAG Symposium "Geodetic deformation monitoring: from geophysical to engineering roles"*: Selected papers, 131. Ed. by F. Sansò, A. J. Gil. March 17–19, 2005, Jaén, Spain. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 233–238.
- Atkočiūnas, J.; Nagevičius, J. 2004. *Tamprumo teorijos pagrindai* [Fundamentals of elasticity theory]. Vilnius: Technika. 528 p. ISBN 9986-05-793-0.
- Ching, K.-E.; Rau, R.-J.; Lee, J.-C.; Hu, J.-C. 2007. Contemporary deformation of tectonic escape in SW Taiwan from GPS observations, 1995–2005, *Earth and Planetary Science Letters* 262(3–4): 601–619.
- Čyras, A. 1989. *Statybinė mechanika* [Structural mechanics]. Vilnius: Mokslas. 444 p. ISBN 5-420-00663-4.
- Motagh, M.; Hoffmann, J.; Kampes, B.; Baes, M.; Zschau, J. 2007. Strain accumulation across the Gazikoy–Saros segment of the North Anatolian Fault inferred from Persistent Scatterer Interferometry and GPS measurements, *Earth and Planetary Science Letters* 255(3–4): 432–444.
- Nicol, A.; Wallace, L. M. 2007. Temporal stability of deformation rates: Comparison of geological and geodetic observations, Hikurangi subduction margin, New Zealand, *Earth and Planetary Science Letters* 258(3–4): 397–413.
- Šliaupa, S.; Zakarevičius, A.; Stanionis, A. 2006. Strain and stress fields of the Ignalina NPP area from GPS data and thin-shell finite element modelling, NE Lithuania, *Geologija* 56: 27–35.
- Stanionis, A. 2005. *Research of the Earth's crust horizontal movements in the Ignalina nuclear power plant region by geodetic methods*: summary of the doctoral dissertation. Vilnius Gediminas Technical University. Vilnius: Technika. 24 p.
- Zakarevičius, A. 2003. *Dabartinių geodinaminių procesų Lietuvos teritorijoje tyrimas* [Investigation of the recent geodynamic processes in the territory of Lithuania]. Vilnius: Technika. 195 p. ISBN 9986-05-691-8.
- Zakarevičius, A.; Šliaupa, S.; Stragys, V.-V.; Stanionis, A. 2007. Deformations of the Earth crust in Lithuania and seismic risk for buildings and structures, in *The 9th international conference "Modern building materials, structures and techniques"*: Selected papers, 3. Ed. by M. J. Skibniewski, P. Vainiūnas, E. K. Zavadskas. May 16–18, 2007, Vilnius, Lithuania. Vilnius: Technika, 1134–1142.
- Zakarevičius, A.; Stanionis, A. 2003. Horizontalųjų Žemės plutos deformacijų Ignalinos atominės elektrinės rajone sklaidos ypatumai [The features of dispersion of horizontal deformations of the Earth's crust in the region of Ignalina power plant], *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 29(4): 119–123.
- Zakarevičius, A.; Stanionis, A. 2006. Žemės plutos erdviųjų deformacijų nustatymas taikant GPS matavimų duomenis [Deformation of spatial strains of the Earth crust using GPS measurements], *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 32(4): 88–91.
- Zakarevičius, A.; Stanionis, A. 2007. Erdviųjų geodinaminių įtempių tyrimas pagal geodezinių matavimų rezultatus [Research into spatial geodynamic strains according to results of geodetic observations], *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 33(1): 21–25.
- Писаренко, Г. С.; Яковлев, А. П.; Матвеев, В. В. 1988. *Справочник по сопротивлению материалов*. Киев: Наукова Думка. 736 с. ISBN 5-12-000299-4.

---

**Arminas STANIONIS**. Assoc. Prof., Doctor. Dept of Geodesy and Cadastre, Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania, Ph +370 5 274 4703, e-mail: [Arminas.Stanionis@ap.vgtu.lt](mailto:Arminas.Stanionis@ap.vgtu.lt).

A graduate of Vilnius Gediminas Technical University (VGTU) (Master of science, 2002). Doctor's degree at VGTU, 2005. Author and co-author of more than 20 research papers. Participated in many intern conferences.

Research interests: investigation of geodynamic processes, GIS, investigations of deformations.